



PIENSA UN NÚMERO

Muñoz Santonja, José,
I.E.S. Macarena, Sevilla

Fernández-Aliseda Redondo, Antonio,
I.E.S. El Majuelo, Gines (Sevilla)

Hans Martín, Juan Antonio,
C.D.P. Sta. M^a de los Reyes, Torreblanca (Sevilla)

RESUMEN.

La magia tiene una gran relación con las matemáticas, pues en el trasfondo de muchos trucos subyacen las matemáticas para hacerlos funcionar.

Por otro lado, existen en el currículum de nuestra asignatura muchos conceptos en el bloque de Aritmética y Álgebra que son difíciles de ver en un contexto real o de presentar de una forma que no sea repetitiva y poco atractiva. Y la magia puede ayudarnos a motivar el trabajo con esos conceptos.

En el taller presentaremos una serie de trucos matemáticos y estudiaremos las herramientas matemáticas en las que se apoyan.

Nivel educativo: Primaria y Secundaria.

1. INTRODUCCIÓN.

La magia es un mundo tremendamente atractivo y motivador. A todos nos gusta que nos asombren y, tras ver un truco que nos haya gustado, enseguida deseamos saber cómo se ha producido para repetirlo y asombrar a nuestros familiares y amigos. Por eso creemos que es una poderosa herramienta para utilizarla en nuestras clases de matemáticas.

Existen muchos trucos de magia que siempre funcionan, independientemente de quien los realice, porque tienen un fundamento matemático de forma que si el truco está bien realizado siempre sale bien; es decir, no depende de la habilidad del mago para engañar o esconder elementos que se utilicen en la magia.

Seguro que a todos nos han hecho algún truco de magia que comienza con la frase "Piensa un número..." y tras una serie de operaciones, que solo sirven para enmascarar el resultado, el mago lo descubre para nuestro asombro. Sin embargo existen muchos otros trucos de magia que se basan en fundamentos matemáticos, como sistemas de numeración, divisibilidad, operaciones como potencias, etc.

Aunque existen trucos de magia basados en geometría o en topología, nosotros vamos a trabajar aquí sólo trucos basados en números, aunque su fundamento matemático muchas veces nos llevará a adentrarnos en terrenos algebraicos.

Vamos a presentar en estas líneas sólo algunas ideas (ya que no caben más) sobre lo que se desarrolla en el taller que presentamos. De todos modos en la bibliografía aparecen muchas referencias en las que se pueden encontrar muchos otros trucos en la misma línea con su fundamento matemático.



2. DIVISIBILIDAD.

Un grupo numeroso de trucos de magia matemática se basa en la divisibilidad, especialmente en trabajar con números múltiplos de 9. Vamos a presentar dos trucos, uno numérico y otro con cartas, pues aunque no tenemos intención de trabajar con cartas, si pensamos que es una de las partes más atractivas y veremos que en este caso tiene el mismo fundamento en múltiplos de 9.

2.1. EL NÚMERO DE CUATRO CIFRAS.

El espectador debe elegir un número de cuatro cifras con la única condición de que las cuatro cifras no pueden ser la misma. A continuación escribe otro número de cuatro cifras utilizando las mismas que en el número anterior, es decir, debe realizar una permutación de las cifras que formaban el número inicial. Después se resta al mayor de los dos números el menor y del resultado tacha una cifra que no sea un cero. Tras decirle, en el orden que quiera, las cifras que han quedado sin tachar, el mago adivina rápidamente la cifra tachada.

El fundamento matemático es muy claro. Si restamos dos números formados por las mismas cifras en distinto orden, el resultado es siempre múltiplo de 9. Vamos a ver su explicación.

Si tomamos un número de cuatro cifras cualesquiera su expresión polinómica en base diez será $abcd = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0$.

Si ahora hacemos cualquier otra distribución y restamos, cada número está multiplicado por dos potencias de 10, por lo que cada cifra estará multiplicada por $10^n - 10^p$, suponemos que $n > p$ ya que si son iguales, la diferencia es cero y la cifra desaparece. Si fuese $n < p$ lo único que ocurre es que el factor que multiplica a la cifra es negativo pero eso no afecta para que sea múltiplo de 9.

Si sacamos factor común $10^n - 10^p = (10^{n-p} - 1) \cdot 10^p = 999\dots 9 \cdot 10^p$.

Es decir, cada cifra del número original irá multiplicada por una serie de 9, en concreto $n-p$ nueves, seguidos de p ceros. Como esto ocurre para todas las cifras del número original, el resultado siempre es múltiplo de nueve.

2.2. EL XIV CONGRESO.

Se entrega al espectador una baraja francesa o una española con 48 cartas (incluyendo ochos y nueves). Se le indica que siga los siguientes pasos:

- Divida la baraja en dos montones aproximadamente iguales.
- Tome uno de los montones y cuente cuántas cartas tiene.
- Sume las cifras del número de cartas que tiene el montón. Por ejemplo, si había 15 cartas suma $1+5 = 6$.
- Retire del montón elegido tantas cartas como resulte de la suma y las coloque boca abajo sobre el otro montón.
- Elija una carta cualquiera del montón que tiene en la mano, y tras mirarla, para recordarla después, la sitúe boca abajo sobre el montón de la mesa.
- Por último deja el montón, que aún tiene sobre la mano, sobre el montón de la mesa. Siempre boca abajo. Vuelve a quedar la baraja completa.
- A continuación se entrega la baraja a otro espectador y se le pide que deletree la frase "XIV Congreso Thales". Mientras deletrea debe ir colocando, por cada letra, una carta del montón sobre la mesa y boca abajo.



- Al acabar se pregunta al primer espectador cuál era la carta que había visto y se pide al espectador que tiene la baraja que descubra la primera carta que tiene en el mazo que aún sostiene en la mano. Esa carta es la elegida por el otro espectador.

El fundamento matemático también es parte de la divisibilidad. Como estamos trabajando con 48 ó 52 cartas, cada montón tendrá alrededor de 24 ó 26 cartas, en general siempre será un número entre 20 y 29. Si a cualquier número de ese intervalo le restamos la suma de sus cifras el resultado siempre es 18. Por lo tanto, una vez que se recomponga el mazo, la carta que se ha visto siempre queda situada en el puesto 18 desde el principio del mazo. Basta por lo tanto deletrear una frase con 17 ó 18 letras para que la carta buscada sea la primera que queda en el mazo o la última que se ha lanzado sobre la mesa.

3. SISTEMA DE NUMERACIÓN.

Existen multitud de juegos de adivinación de números utilizando tarjetas. Prácticamente en todos ellos el fundamento matemático está en la colocación de los números en las tarjetas y se suele basar en los sistemas de numeración.

Las más conocidas, que incluso es fácil encontrar como publicidad de algunos productos o empresas, se basan en el sistema de numeración binario y basta pasar los números a base binaria y colocar el número en la tarjeta correspondiente si la cifra es 1 y no colocarla si la cifra es cero. Basada en la misma idea se puede trabajar con sistemas de numeración de base otros números con el inconveniente de que ya no nos basta sólo el ponerlo o no, si no que debemos utilizar colores para indicar el resto que corresponde en cada momento.

Como en la bibliografía es fácil encontrar tarjetas basadas en el sistema de numeración de base dos y de base tres. Vamos a empezar colocando unas tarjetas basadas en el sistema de numeración de base cuatro.

3.1. LAS CARTAS TERNARIAS.

Se solicita al espectador que piense un número del 1 al 63 y que nos indique en cual de las siguientes tarjetas está y en qué color. Haciendo un pequeño cálculo el mago adivina el número pensado.

TARJETA 1								TARJETA 2								TARJETA 3							
1	9	17	25	33	41	49	57	4	5	6	7	8	9	10	11	16	17	18	19	20	21	22	23
2	10	18	26	34	42	50	58	12	13	14	15	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
3	11	19	27	35	43	51	59	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
5	13	21	29	37	45	53	61	36	37	38	39	40	41	42	43	40	41	42	43	44	45	46	47
6	14	22	30	38	46	54	62	44	45	46	47	52	53	54	55	48	49	50	51	52	53	54	55
7	15	23	31	39	47	55	63	56	57	58	59	60	61	62	63	56	57	58	59	60	61	62	63

Figura 1. Tarjetas ternarias.

Las tarjetas están codificadas según el sistema de numeración de base 4. La primera corresponde a 4^0 , la segunda a 4^1 y la tercera a 4^2 . Una vez que nos digan en qué tarjetas están basta multiplicar esas potencias por el código que



corresponde al color. Si está en negro el código es 1, si está en rojo es 2 y si está en verde es 3.

Por ejemplo, para un número que esté en la primera tarjeta en rojo (2), en la segunda en negro (1) y en la tercera en verde (3), basta hacer la operación $2 \cdot 4^0 + 1 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^2 = 2 + 4 + 48 = 54$.

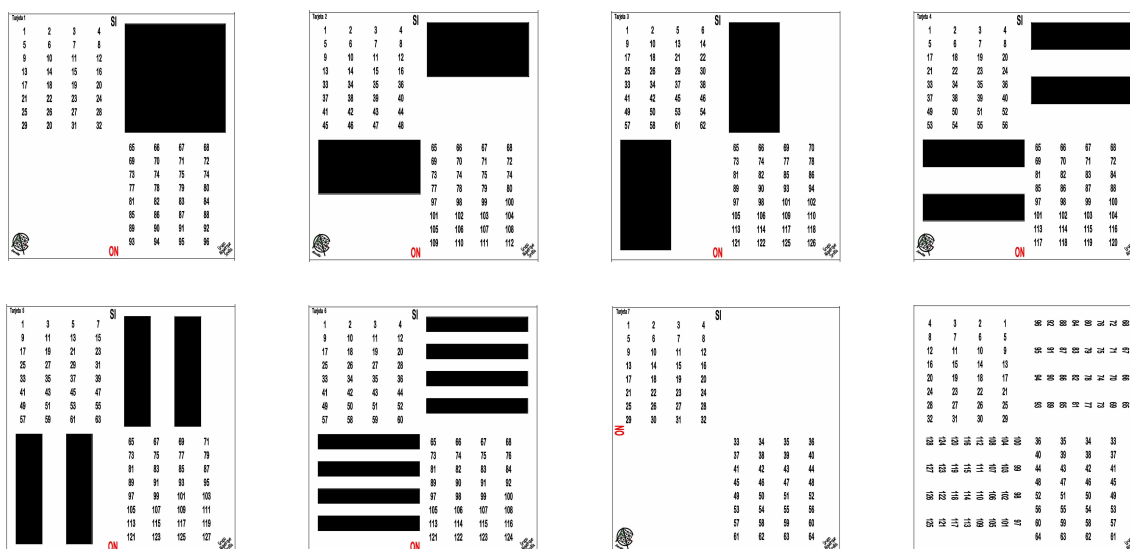
3.2. LAS TARJETAS CON VENTANAS.

Se entrega al espectador un juego de siete tarjetas en las que aparecen una serie de números y unos huecos. El espectador debe pensar un número entre el 1 y el 128 e indicar en cada una de las tarjetas si el número está o no.

Cada tarjeta disponer de la palabra SÍ y NO y se coloca la tarjeta de forma que en la parte superior aparezca la palabra que corresponda. Es decir, si aparece el número se coloca con el extremo superior en SÍ y en caso contrario en NO.

Una vez colocadas las siete tarjetas basta darle la vuelta al conjunto y por la parte trasera se verá cuál es el número elegido.

Las tarjetas son las siguientes:



Como se puede apreciar por la distribución de los huecos, con cada tarjeta se divide por dos la cantidad de números que se hubiesen elegido anteriormente, quedando al final solo dos opciones que las elige la última tarjeta.

4. MÁS OPERACIONES.

Aparte de los anteriores existen otros muchos trucos basados en números. Veamos un par de ellos.

4.1. HALLAR LA RAÍZ QUINTA.

El mago entrega a un espectador una calculadora y le pide que piense un número de dos cifras y halle su potencia quinta con la calculadora. Tras decir el resultado el mago descubre cuál es el número elegido.



El truco se basa en las potencias quintas de las cifras. Si elegimos un número de dos cifras, la cifra de las unidades tendrá las siguientes potencias:

$$\begin{array}{ccccc} 0^5 = 0 & 1^5 = 1 & 2^5 = 32 & 3^5 = 243 & 4^5 = 1024 \\ 5^5 = 3125 & 6^5 = 7776 & 7^5 = 16807 & 8^5 = 32768 & 9^5 = 59049 \end{array}$$

Como se puede apreciar, la potencia quinta de un número de dos cifras siempre acabará en la misma cifra, por lo que la última cifra del número que nos indique el espectador siempre coincide con la cifra de las unidades del número original.

Para hallar el otro número basta separar las cinco primeras cifras y con lo que nos quedemos ver entre qué dos potencias quintas se encuentra. Por ejemplo, el número 69343957 sabemos que es la potencia de un número que acaba en 7. Si le quitamos las cinco últimas cifras queda 693 que es un número comprendido entre $3^5 = 243$ y $4^5 = 1024$, por lo tanto el número que se ha elevado a la quinta es 37.

4.2. El 1089.

Uno de los trucos más utilizados y que mejora bastante con la puesta en escena es el 1089. Se pide a un espectador que siga los siguientes pasos.

- Debe elegir un número de tres cifras que no sea capicúa.
- Cambia la primera y última cifra entre sí. Y tiene dos números.
- Resta del mayor el menor.
- Al resultado vuelve a cambiar entre si primera y última cifra.
- Suma los dos últimos números, el resultado de la resta y de cambiar las cifras en él.
- El número final lo adivina el mago.

El fundamento matemático por el que siempre se obtiene 1089, sea cuál sea el número elegido al principio, podemos verlo a continuación.

Consideremos el número abc (suponemos $a > c$). Al cambiar las cifras obtenemos cba y al restar obtenemos: $(100a+10b+c) - (100c+10b+a) = 100(a-c) + (c-a)$ como $a > c$ entonces $c-a$ es negativo. Restamos 100 unidades para anular ese número negativo, realizando las siguientes operaciones:

$$100(a-c) + (c-a) = 100(a-c-1) + 100 + (c-a) = 100(a-c-1) + 90 + (10+c-a)$$

Así $10+c-a$ es un número natural comprendido entre 1 y 9.

Se puede apreciar que este número tiene siempre como segunda cifra el 9, y la suma de la primera y la tercera es también siempre 9, pues $a-c-1+10+c-a = 9$.

Si ahora cambiamos entre sí la primera y la última cifra y sumamos tendremos:

$$\begin{aligned} & [100(a-c-1) + 90 + (10+c-a)] + [100(10+c-a) + 90 + (a-c-1)] = \\ & = 100(10+c-a+a-c-1) + 180 + (10+c-a+a-c-1) = 900 + 180 + 9 = 1089 \end{aligned}$$

REFERENCIAS.

ALEGRÍA, PEDRO y RUÍZ DE ARCAUTE, J.C. (2002): "La matemagia desvelada". *Sigma* 21, 145-174.



http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_21/10_la_matemagia_desvelada.pdf

El profesor Pedro Alegría presenta varios trucos en la sección de "El Rincón Matemático" de la página de Divulgamat en la dirección siguiente:

http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_alphacontent§ion=11&category=63&Itemid=67

ALEGRÍA, PEDRO (2008): *Magia por principios*. Editado por el propio autor.

ÁLVAREZ, VENANCIO, FERNÁNDEZ, PABLO y MÁRQUEZ, M. A. (2002): "Cartomagia matemática y cartoteoremas mágicos". *Gaceta Matemática*
http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gallardo/magia.pdf

BLASCO, FERNANDO (2007): *Matemagia*. Ediciones Temas de Hoy S.A., Madrid.

BOLT, BRIAN (2001): "La magia de las matemáticas", *SUMA*, nº 36, 5-15.

GARCIA GUAL, JESÚS (2010): "Juegos basados en sistemas de numeración". Ponencia presentada en el III Seminario para estimular el Talento Precoz en matemáticas. Valencia 2010. Puede consultarse en la dirección:

<http://www.uam.es/proyectosinv/estalmat/ReunionValencia2010/Juegos-Numeracion.pdf>

GARDNER, MARTIN (1992): *Magia inteligente*. Zugarto ediciones, Madrid.

GONZÁLEZ, FRANCISCO (2003): "Matemagia: la magia de las matemáticas". En *Actas de las IV Jornadas de Educación Matemáticas de la Comunidad Valenciana*. 471-476. <http://www.ua.es/personal/SEMVCV/Actas/IVJornadas/pdf/Part81.PDF>

GRUPO ALQUERQUE (2011): Material para el taller "Matemagia" desarrollado durante la IX Feria de la Ciencia. Puede consultarse en la dirección.

<http://grupoalquerque.es/ferias/2011/magia.html>

MUÑOZ SANTONJA, JOSÉ (2003) *Ernesto el aprendiz de matemago*. Nivola, Madrid.

MUÑOZ SANTONJA, JOSÉ (2007): "Una matemática motivadora: la matemagia". En *Actas de las VI Jornadas de Educación Matemáticas de la Comunidad Valenciana*

<http://thales.cica.es/~estalmat/Actividades-ejemplos/MatemagiaEstalmat.pdf>

MUÑOZ SANTONJA, JOSÉ (2010): "Taller de magia y matemática". Documentación para el curso *Matemáticas y competencias básicas*, CPR Oviedo.

<http://blog.educastur.es/primaria/files/2010/07/taller-de-magia-y-matematica.pdf>